Jeudi 22 octobre 2015

Première année : maths

Contrôle continu n°2 – 30 mn

Tout document interdit ; calculatrice interdite

Calculer la dérivée des fonctions définies par :

$a(x) = -(2x-3)^4$, 2 $a'(x) = -8(2x-3)^4$

$b(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, 2 $b'(t) = -A\omega\sin(\omega t+\varphi)$

$c(x) = x\ln(x+2)$, 2 $c'(x) = \frac{x}{x+2} + \ln(x+2)$

$d(x) = x/\sqrt{x^2+1}$, 2 $d'(x) = \frac{1\sqrt{x+2}}{(x^2+1)^{3/2}}$

$g(x) = x\sin 3x/(1+x)$. 2 $g'(x) = \frac{(1+x)\sin 3x + 3\cos 3x}{(1+x)^2}$

Les formes différentielles suivantes sont-elles exactes ? Si oui, déterminer une fonction dont elles sont la différentielle totale :

a) $2x\mathrm{d}x + 3y\mathrm{d}y + z\mathrm{d}z$, 5

b) $(1+y)\mathrm{d}x + x\mathrm{d}y$. 5

a) • $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$ $\frac{\partial f}{\partial y} = 3y$ $\frac{\partial f}{\partial z} = z$.

$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = 0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = 0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = 0$ $\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = 0$

$\Rightarrow$ DTE

$f_{(x,y,z)} = x^2 + c$ $f_{(x,y,z)} = \frac{3}{2}y^2 + c'$ $f_{(x,y,z)} = \frac{z^2}{2} + c'' \Rightarrow f(x,y,z) = x^2 + \frac{3}{2}y^2 + \frac{z^2}{2} + k$

b) • $\frac{\partial f}{\partial x} = (1+y)$ $\frac{\partial f}{\partial y} = x$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 1$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1 \Rightarrow$ DTE

$\Rightarrow f = (1+y)x + k_1$, $f = xy + k_2$ || $f(x,y) = (1+y)x + 1$