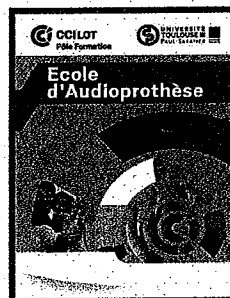


Jeudi 22 octobre 2015



Première année : maths

Contrôle continu n°2 – 30 mn

Tout document interdit ; calculatrice interdite

Calculer la dérivée des fonctions définies par :

$$\begin{aligned}
 a(x) &= -(2x-3)^4, & 2 & \quad a'(x) = -8(2x-3)^3 \\
 b(t) &= A \cos(at + \varphi), & 2 & \quad b'(t) = -A \omega \sin(\omega t + \varphi) \\
 c(x) &= x \ln(x+2), & 2 & \quad c'(x) = \frac{x}{x+2} + \ln(x+2) \\
 d(x) &= x/\sqrt{x^2+1}, & 2 & \quad d'(x) = \frac{1^2(x+2)}{(x^2+1)^{3/2}} \\
 g(x) &= x \sin 3x/(1+x), & 2 & \quad g'(x) = \frac{(1+x) \sin 3x + 3 \cos 3x}{(1+x)^2}
 \end{aligned}$$

Les formes différentielles suivantes sont-elles exactes ? Si oui, déterminer une fonction dont elles sont la différentielle totale :

a) $2x dx + 3y dy + z dz$, 5
 b) $(1+y) dx + x dy$, 5

a) • $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$ $\frac{\partial f}{\partial y} = 3y$ $\frac{\partial f}{\partial z} = z$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = 0$$

⇒ DTE

$$f(x,y,z) = x^2 + C \quad f(x,y,z) = \frac{3}{2}y^2 + C' \quad f(x,y,z) = \frac{z^2}{2} + C'' \Rightarrow f(x,y,z) = x^2 + \frac{3}{2}y^2 + \frac{z^2}{2} + k$$

b) • $\frac{\partial f}{\partial x} = (1+y)$ $\frac{\partial f}{\partial y} = x$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 1 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1 \Rightarrow \text{DTE} \quad \left| \Rightarrow \begin{aligned} f &= (1+y)x + k_1 \\ f &= xy + k_2 \end{aligned} \right. \quad \left\| \begin{aligned} f(x,y) &= (1+y)x + 1 \end{aligned} \right.$$